e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

# Uji Kurva Master Kecepatan Residual Ternormalisasi Pada Komposit Pelindung Balistik: Analisis Data Sekunder Dengan Model Lambert-Jonas

*Testing A Normalized Residual Velocity Master Curve For Ballistic Protective Composites: A Secondary Data Analysis Using The Lambert-Jonas Model*

**Dc. Khailla*, Sovian Aritonang**

*Program Studi Matematika Militer, Fakultas Matematika dan IPA Militer, Universitas Pertahanan Republik Indonesia

dckhailla@gmail.com*, sovian.aritonang@idu.ac.id

## *Abstract*

*Ballistic protective composites are usually ranked by their ballistic limit ($V_{bl}$), while the relation between impact velocity ($V_i$) and residual velocity ($V_r$) is fitted with the Recht-Ipson or Lambert-Jonas model for one material at a time. This study tests whether $V_i$-$V_r$ data from different materials and projectiles collapse onto one master curve once both velocities are divided by $V_{bl}$. Secondary data from three open sources gave 12 datasets and 92 perforation points for glass/polyester laminates and Dyneema HB210 and HB26 UHMWPE. The Lambert-Jonas model was fitted by bounded nonlinear least squares ($a \leq 1$), and four competing models were compared with AIC, AICc, cluster bootstrap and leave-one-dataset-out validation. A single master curve was clearly rejected ($\Delta$AICc 19.3) and missed held-out data by 38.2 m/s on average. The best model separated glass/polyester ($a$ = 0.963, $p$ = 1.676) from UHMWPE ($a$ = 1.000, $p$ = 1.872) and reduced the validation error to 31.2 m/s. HB210 and HB26 predicted each other almost perfectly, but only under the bound $a \leq 1$. All fitted $p$ values were below the theoretical value of 2. Normalization by $V_{bl}$ works within a material family but not across families.*

***Keywords*** **:** *Ballistic Limit, Residual Velocity, Lambert-Jonas, UHMWPE, Model Selection*

## Abstrak

Kinerja komposit pelindung balistik umumnya dinyatakan dengan batas balistik ($V_{bl}$), sedangkan hubungan kecepatan impak ($V_i$) dan kecepatan residual ($V_r$) dirangkum lewat model Recht-Ipson atau Lambert-Jonas yang dilaporkan per material. Penelitian ini menguji apakah data $V_i$-$V_r$ dari bahan dan proyektil yang berbeda bisa menyatu dalam satu kurva master setelah kedua kecepatan dibagi dengan $V_{bl}$. Data sekunder dari tiga sumber terbuka menghasilkan 12 kumpulan data dan 92 titik tembus pada laminat kaca/poliester serta UHMWPE Dyneema HB210 dan HB26. Model Lambert-Jonas difitting dengan kuadrat terkecil nonlinear berbatas ($a \leq 1$), lalu empat model pesaing dibandingkan memakai AIC, AICc, bootstrap klaster, dan validasi tinggalkan-satu-kumpulan-data. Satu kurva master jelas ditolak ($\Delta$AICc 19,3) dan rata-rata meleset 38,2 m/s pada data yang tidak ikut difitting. Model terbaik memisahkan kaca/poliester ($a$ = 0,963, $p$ = 1,676) dari UHMWPE ($a$ = 1,000, $p$ = 1,872) dan menurunkan galat validasi menjadi 31,2 m/s. HB210 dan HB26 saling memprediksi dengan sangat baik, tetapi hanya di bawah kendala $a \leq 1$. Seluruh nilai p berada di bawah nilai teoretis 2. Jadi, normalisasi dengan $V_{bl}$ bekerja di dalam satu keluarga bahan, tetapi tidak lintas keluarga, sehingga $V_{bl}$ saja belum cukup untuk memprediksi kecepatan residual lintas material. Untuk bahan dari keluarga yang belum dikenal, uji tembak tetap diperlukan.

**Kata Kunci:** Batas Balistik, Kecepatan Residual, Lambert-Jonas, UHMWPE, Seleksi Model

*Penulis Korespondensi : Dc. Khailla*

Author@ This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

## I. PENDAHULUAN

Komposit berpenguat serat dipilih untuk pelindung balistik karena alasan yang sederhana, yaitu kuat tetapi ringan. Tinjauan Abtew *et al.* (2019) merangkum betapa luasnya pemakaian tekstil dan komposit serat untuk perlindungan balistik, beserta ragam mekanisme penyerapan energinya. Di antara bahan itu, polietilena berberat molekul sangat tinggi (UHMWPE) seperti Dyneema® paling menonjol. Efisiensi balistiknya dilaporkan sedikitnya 50% lebih tinggi daripada komposit E-glass/poliester (Shen *et al.*, 2021), dan pemakaiannya pada perlengkapan pelindung perorangan aparat penegak hukum maupun militer terus bertambah (Hinaus *et al.*, 2025). Bagi negara yang sedang membangun kemandirian industri pertahanan, kemampuan menilai bahan semacam ini secara cepat dan murah jelas punya nilai strategis.

Persoalannya, penilaian kinerja balistik masih sangat bergantung pada uji tembak. Setiap tembakan membutuhkan pelat uji, proyektil, sistem pengukur kecepatan, dan waktu. Hinaus *et al.* (2025) bahkan menyebut biaya dan lamanya uji fisik sebagai alasan utama mereka beralih ke simulasi. Ukuran kinerja yang paling sering dipakai adalah batas balistik (*ballistic limit*, $V_{bl}$), yakni kecepatan proyektil terendah yang mampu menembus target secara utuh. Standar MIL-STD-662F mendefinisikan versi statistiknya sebagai $V_{50}$, kecepatan dengan peluang tembus 50% (U.S. Department of Defense, 1997). Di sekitar nilai tersebut terdapat zona campuran, yaitu rentang kecepatan tempat target kadang tembus dan kadang menahan proyektil. Akibatnya $V_{bl}$ jarang dapat dipastikan secara deterministik dan lebih sering ditaksir dari pasangan kecepatan impak ($V_i$) dan kecepatan residual ($V_r$) (Buitrago, García-Castillo and Barbero, 2010).

Untuk kasus tembus, hubungan $V_i$ dan $V_r$ biasanya ditulis dengan persamaan Recht-Ipson (Recht and Ipson, 1963) atau bentuk umumnya yang diusulkan Lambert and Jonas (1976). Tinjauan Kasano (1999) menunjukkan bahwa pendekatan ini sudah lama dipakai untuk laminat kaca, karbon, dan aramid yang ditembak bola baja maupun proyektil silinder. Namun hampir semua studi eksperimental melaporkan kurva $V_i$-$V_r$ dan parameternya untuk satu bahan atau satu konfigurasi saja. Buitrago, García-Castillo and Barbero (2010) membahas laminat kaca/poliester dengan beberapa ketebalan dan susunan, Hinaus *et al.* (2025) menguji pelat Dyneema HB210, sedangkan Ansari (2020) menguji pelat Dyneema HB26 melengkung dengan proyektil FSP 5,56 mm. Parameter dari sumber-sumber ini nyaris tidak pernah disandingkan, padahal jenis bahan, ketebalan, dan proyektilnya berbeda jauh.

Dari situ muncul pertanyaan pokok penelitian ini, yaitu apakah data dari berbagai bahan dan proyektil akan runtuh ke satu kurva bila $V_i$ dan $V_r$ sama-sama dibagi dengan $V_{bl}$ masing-masing. Kalau jawabannya ya, kecepatan residual suatu bahan cukup diprakirakan dari $V_{bl}$-nya, sehingga jumlah tembakan pada pengujian bisa ditekan. Kalau tidak, perlu diketahui pada kelompok bahan mana normalisasi tersebut masih berlaku. Penelusuran literatur yang kami lakukan menemukan dua studi yang paling dekat. García-Castillo, Sánchez-Sáez and Barbero (2012) memakai parameter tak berdimensi berupa rasio tebal laminat terhadap jari-jari proyektil dan rasio densitas, tetapi hanya untuk satu laminat kaca/poliester dan tanpa menormalisasi $V_r$ terhadap $V_{bl}$. Guo (2023) berhasil meruntuhkan data balistik berbagai target keramik-logam ke satu kurva tak berdimensi, namun yang diruntuhkan adalah nilai $V_{bl}$, bukan kurva kecepatan residual. Sejauh penelusuran kami, belum ada studi yang menguji kurva $V_r/V_{bl}$ terhadap $V_i/V_{bl}$ lintas keluarga bahan komposit dengan seleksi model statistik.

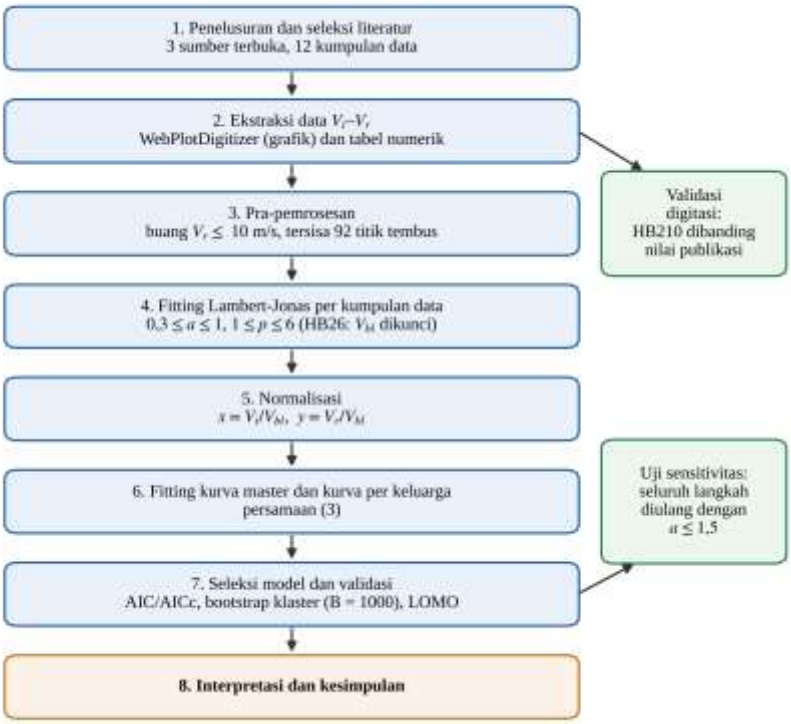
Berdasarkan celah tersebut, penelitian ini bertujuan (i) menghimpun data sekunder $V_i$-$V_r$ komposit pelindung balistik dari sumber terbuka, (ii) memfitting model Lambert-Jonas pada tiap kumpulan data dengan kendala fisis $a \leq 1$, (iii) menguji apakah satu kurva master pada koordinat ternormalisasi sudah memadai dibandingkan kurva per keluarga bahan atau per kumpulan data, dan (iv) mengukur daya prediksi masing-masing model terhadap data yang tidak ikut difitting. Sumbangan penelitian ini berupa alur analisis kuantitatif yang dapat diulang tanpa satu pun tembakan baru. Cakupannya memang masih terbatas, yakni 12 kumpulan data dari tiga sumber dan dua keluarga bahan, sehingga kesimpulannya kami posisikan sebagai temuan awal.

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

## II. METODE

Penelitian ini bersifat kuantitatif dan sepenuhnya memakai data sekunder. Tahapan kerjanya diringkas pada Gambar 1, mulai dari penelusuran literatur sampai seleksi model. Tidak ada pengujian tembak baru dalam penelitian ini.




**Gambar 1.** Alur penelitian

**Landasan model**

Model Recht-Ipson menganggap proyektil bermassa $m_p$ menembus target dan melepaskan sumbat (*plug*) bermassa $m_{pl}$. Tumbukan proyektil dengan sumbat dianggap kekal momentum, lalu gerak keduanya diperlambat oleh kerja resistif target yang tetap. Dari kekekalan momentum dan energi diperoleh hubungan berikut (Recht and Ipson, 1963):

$$V_r = [m_p/(m_p + m_{pl})]\ (V_i^2 - V_{bl}^2)^{1/2} \quad (1)$$

Lambert and Jonas (1976) kemudian melonggarkan eksponen 2 dan koefisien massa menjadi parameter empiris p dan a:

$$V_r = a\ (V_i^p - V_{bl}^p)^{1/p} \quad (2)$$

Pada model asal, $a = m_p/(m_p + m_{pl})$ sehingga tidak mungkin melebihi 1, dan p bernilai 2. Nilai p yang menjauh dari 2 dapat dibaca sebagai tanda bahwa mekanisme perforasinya berbeda dari asumsi pelepasan sumbat, misalnya karena tarikan serat, deformasi global, atau delaminasi. Bila kedua ruas persamaan (2) dibagi $V_{bl}$, diperoleh bentuk tak berdimensi dengan $x = V_i/V_{bl}$ dan $y = V_r/V_{bl}$:

$$V_r/V_{bl} = a\ [(V_i/V_{bl})^p - 1]^{1/p} \quad (3)$$

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

Persamaan (3) memperlihatkan inti hipotesis penelitian ini. Dua target dengan pasangan (a, p) yang sama akan berimpit pada satu kurva, berapa pun $V_{bl}$, ketebalan, dan jenis bahannya. Hipotesis nol menyatakan seluruh kumpulan data berbagi satu pasangan (a, p). Hipotesis alternatifnya menyatakan tiap keluarga bahan atau tiap kumpulan data memiliki pasangan (a, p) sendiri.

**Sumber dan ekstraksi data**

Publikasi dipakai bila memenuhi empat syarat: (a) target berupa pelat atau laminat komposit yang ditembak proyektil keras, (b) tiap bahan diuji pada beberapa kecepatan dengan minimal tiga titik tembus, (c) batas balistik dilaporkan atau ada titik tertahan di dekatnya, dan (d) kecepatan diukur langsung. Publikasi yang hanya melaporkan $V_{50}$, hanya berisi simulasi, atau menurunkan $V_{bl}$ dari pasangan $V_i$-$V_r$ yang sama dikeluarkan agar perbandingan tidak melingkar. Tiga sumber yang lolos dirangkum pada Tabel 1. Data sandwich dan pelat berjarak pada sumber pertama memakai pelat muka yang sama dengan laminat monolitik, dengan inti busa PVC atau celah udara di antaranya (García-Castillo, Buitrago and Barbero, 2011).

**Tabel 1.** Sumber data sekunder yang dipakai

| Sumber | Bahan | Proyektil | Kumpulan data | Titik tembus | Cara ekstraksi |
|---|---|---|---|---|---|
| Buitrago, García-Castillo and Barbero (2010) | E-glass/poliester anyam | Bola baja 1,7 g, diameter 7,5 mm | 5 (laminat 3, 6, 12 mm, sandwich, pelat berjarak) | 56 | Digitasi Gambar 1 |
| Hinaus *et al.* (2025) | UHMWPE Dyneema HB210, tebal 5 mm | Bola baja 1 g, diameter 7 mm | 1 | 8 | Digitasi Gambar 7 |
| Ansari (2020) | UHMWPE Dyneema HB26, pelat melengkung | FSP 5,56 mm | 6 (radius 20, 10, 5 in, cembung dan cekung) | 28 | Tabel 4.1 sampai 4.3 |
| Total | | | 12 | 92 | |

Data yang hanya tersedia dalam grafik diambil dengan perangkat lunak WebPlotDigitizer (https://automeris.io). Sumbu dikalibrasi dengan empat titik acuan pada tiap gambar, lalu pusat tiap penanda diklik secara manual. Mutu digitasi diperiksa dengan memfitting ulang data HB210 memakai a = 1, mengikuti cara penulis aslinya. Hasilnya p = 1,885 dan $V_{bl}$ = 541,8 m/s, sangat dekat dengan p = 1,90 dan $V_{bl}$ = 543,1 m/s yang dilaporkan Hinaus *et al.* (2025). Selisih 0,8% untuk p dan 0,24% untuk $V_{bl}$ kami pakai sebagai perkiraan kasar galat digitasi. Data dari tesis Ansari (2020) diambil langsung dari tabel numerik. Titik dengan $V_r \leq 10$ m/s dianggap tidak tembus dan tidak ikut difitting, karena nilai mendekati nol pada hasil digitasi lebih mungkin berupa galat klik. Setelah penyaringan ini tersisa 92 titik tembus.

**Fitting, normalisasi, dan seleksi model**

Persamaan (2) difitting pada tiap kumpulan data dengan kuadrat terkecil nonlinear berbatas memakai SciPy (Virtanen *et al.*, 2020). Batas parameternya $0{,}3 \leq a \leq 1{,}0$, kemudian $1 \leq p \leq 6$, serta $V_{bl}$ antara 30% dan 100% dari $V_i$ tembus terkecil. Enam kumpulan data HB26 hanya memiliki 3 sampai 6 titik tembus, terlalu sedikit untuk menaksir tiga parameter sekaligus, sehingga $V_{bl}$-nya dikunci pada $V_{50}$ acuan tesis. Setiap kumpulan data lalu dinormalisasi dengan $V_{bl}$-nya sendiri dan persamaan (3) difitting untuk empat model pesaing, yaitu M1 (satu kurva master, k = 2 parameter), M2 (dua kurva, kaca/poliester dan UHMWPE, k = 4), M3 (tiga kurva, kaca/poliester, HB210, dan HB26, k = 6), serta M4 (satu kurva per kumpulan data, k = 24).

Keempat model dibandingkan dengan kriteria informasi Akaike, $AIC = n \ln(RSS/n) + 2k$, beserta versi terkoreksinya $AICc = AIC + 2k(k+1)/(n-k-1)$. Koreksi ini dianjurkan bila rasio n/k kecil (Burnham and Anderson, 2002), dan pada M4 rasionya hanya $92/24 \approx 3{,}8$. Model dengan selisih AICc kurang dari 2 dianggap setara, sedangkan selisih lebih dari 10 menandakan model yang lebih buruk praktis tidak didukung data (Burnham

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

and Anderson, 2002). Ketidakpastian parameter kurva master ditaksir dengan bootstrap klaster, yaitu kumpulan data, bukan titik, diambil ulang dengan pengembalian sebanyak 1000 kali (Field and Welsh, 2007). Daya prediksi diuji dengan validasi tinggalkan-satu-kumpulan-data (*leave-one-material-out*, LOMO). Satu kumpulan data dikeluarkan, kurva difitting dari sisanya, lalu $V_r$ kumpulan data yang dikeluarkan diprediksi dari $V_{bl}$-nya dan galatnya dihitung sebagai RMSE dalam m/s (Arlot and Celisse, 2010). Seluruh langkah diulang dengan batas atas a = 1,5 sebagai uji sensitivitas. Perhitungan dikerjakan dalam Python (NumPy, pandas, SciPy, Matplotlib) dengan benih acak tetap 42.

## III. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 1. Hasil

Tabel 2 memuat hasil fitting persamaan (2) pada enam kumpulan data yang titik tembusnya cukup. Model Lambert-Jonas bekerja baik pada semuanya, dengan $R^2$ antara 0,964 dan 0,997 serta RMSE 10,9 sampai 23,3 m/s. Nilai p berkisar 1,57 sampai 1,93 dan seluruhnya berada di bawah nilai teoretis 2. Pada tiga laminat monolitik kaca/poliester, p turun teratur seiring bertambahnya ketebalan, dari 1,740 (3 mm) ke 1,604 (6 mm) lalu 1,568 (12 mm). Parameter a menempel di batas 1,0 pada tiga kumpulan data dan berada di 0,906 sampai 0,976 pada tiga lainnya.

**Tabel 2.** Parameter Lambert-Jonas per kumpulan data ($0{,}3 \le a \le 1{,}0$)

| Kumpulan data | Titik tembus | a | p | $V_{bl}$ (m/s) | RMSE (m/s) | $R^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Laminat 3 mm | 13 | 1,000 | 1,740 | 203,2 | 23,3 | 0,964 |
| Laminat 6 mm | 9 | 0,976 | 1,604 | 319,3 | 10,9 | 0,997 |
| Laminat 12 mm | 12 | 1,000 | 1,568 | 540,4 | 11,1 | 0,990 |
| Sandwich | 15 | 0,919 | 1,716 | 332,7 | 18,5 | 0,991 |
| Pelat berjarak | 7 | 0,906 | 1,925 | 335,0 | 12,6 | 0,997 |
| UHMWPE HB210 | 8 | 1,000 | 1,885 | 541,8 | 16,0 | 0,965 |
| HB26 (6 kumpulan data)* | 3 sampai 6 | - | - | 515,6 sampai 579,5 | - | - |

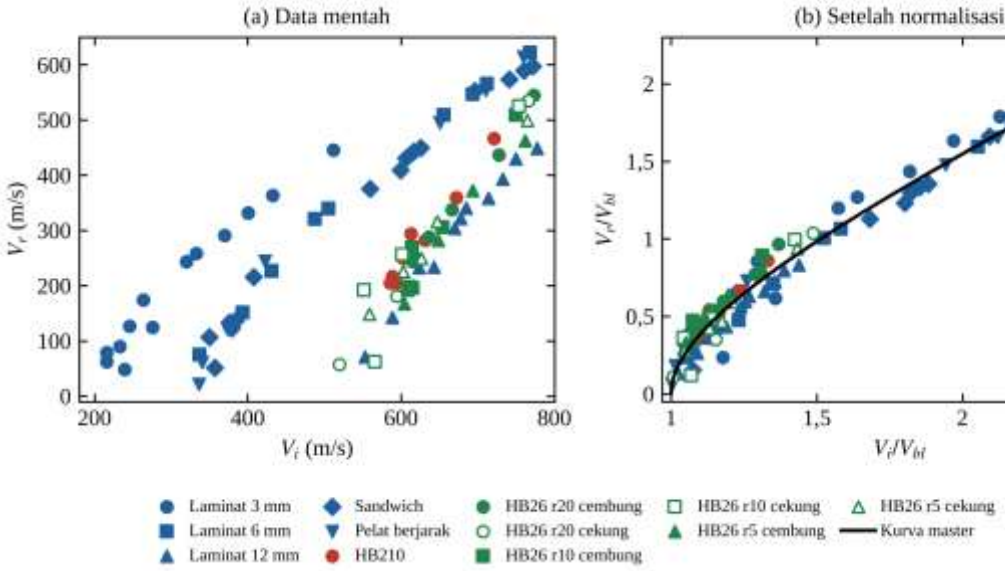
*Keterangan: *Tidak difitting sendiri karena titik tembus terlalu sedikit. $V_{bl}$ dikunci pada $V_{50}$ acuan Ansari (2020).*

$V_{bl}$ hasil fitting 1,7% sampai 4,1% lebih rendah daripada nilai yang dilaporkan Buitrago, García-Castillo and Barbero (2010) untuk empat dari lima struktur kaca/poliester, misalnya 203,2 m/s lawan 212 m/s pada laminat 3 mm. Pada pelat berjarak keduanya hampir sama, yaitu 335,0 lawan 334 m/s. Selisih ini wajar karena fitting di sini hanya memakai titik tembus hasil digitasi, sementara penulis asli memiliki seluruh data mentah, termasuk titik yang tertahan.

Gambar 2a memperlihatkan data mentah yang tersebar pada rentang $V_i$ 200 sampai 780 m/s, dengan $V_{bl}$ yang berkisar dari sekitar 200 m/s (laminat 3 mm) hingga hampir 580 m/s (HB26). Setelah dinormalisasi, ke-92 titik tembus dari 12 kumpulan data mengumpul rapat di sekitar satu kurva (Gambar 2b). Fitting gabungan memberi a = 0,916 dengan selang kepercayaan 95% 0,870 sampai 0,988, dan p = 1,876 dengan selang 1,710 sampai 2,061. Kecocokannya terlihat sangat baik, dengan $R^2$ = 0,973 dan RMSE ternormalisasi 0,085.

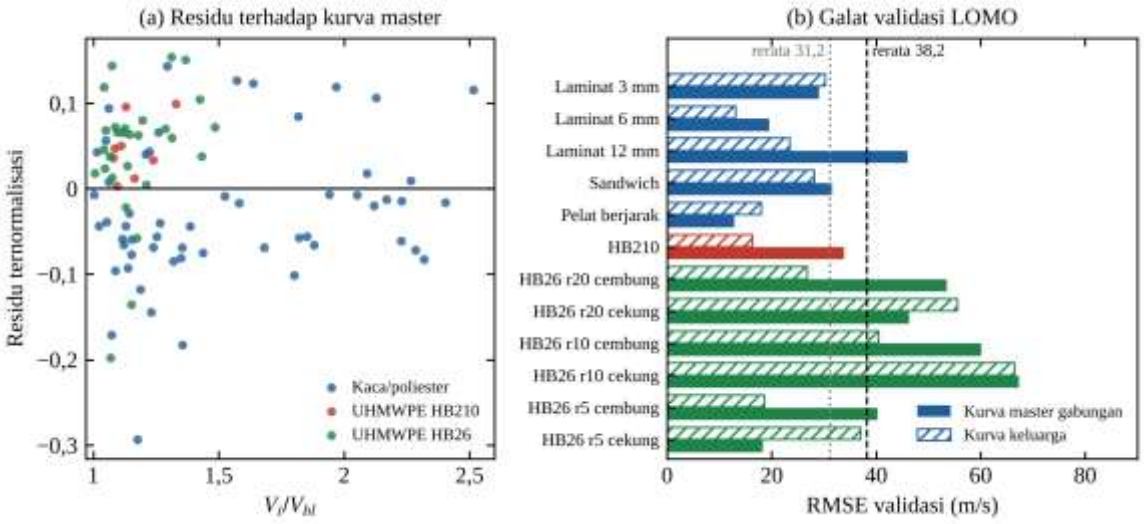
e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan




**Gambar 2.** (a) Data mentah $V_i$-$V_r$ dari 12 kumpulan data. (b) Data yang sama setelah dinormalisasi dengan $V_{bl}$ beserta kurva master gabungan ($a \leq 1$). Warna biru menandai kaca/poliester, merah HB210, hijau HB26, dan simbol kosong menandai pelat HB26 yang ditembak dari sisi cekung

Akan tetapi, kesan rapi pada Gambar 2b belum tentu berarti satu kurva sudah cukup. Gambar 3a memperlihatkan residu terhadap kurva master yang terpisah jelas menurut keluarga bahan. Titik UHMWPE cenderung berada di atas nol, sedangkan titik kaca/poliester lebih banyak berada di bawahnya, terutama pada $V_i/V_{bl}$ di bawah 1,5. Pola sistematis seperti ini menandakan bahwa kurva master duduk di tengah dua kelompok yang sebenarnya berbeda.




**Gambar 3.** (a) Residu ternormalisasi terhadap kurva master menurut keluarga bahan. (b) RMSE validasi LOMO per kumpulan data untuk kurva master gabungan dan kurva keluarga (model M2)

Tabel 3 merangkum perbandingan keempat model. Pada batas $a \leq 1{,}0$, model M2 yang memisahkan kaca/poliester dari UHMWPE memperoleh AICc terendah (−469,34). Model M3 hanya sedikit lebih buruk

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

(ΔAICc 4,5) karena memecah HB210 dari HB26 hampir tidak menurunkan RSS (0,5108 menjadi 0,5106). Satu kurva master (M1) tertinggal jauh dengan ΔAICc 19,3. Menariknya, model M4 yang memakai 24 parameter justru paling buruk menurut AICc (ΔAICc 21,5), walaupun menurut AIC biasa ia tampak setara dengan M3. Artinya, tambahan 18 parameter pada M4 tidak sebanding dengan penurunan galat yang diperolehnya.

**Tabel 3.** Perbandingan model pada koordinat ternormalisasi (n = 92)

| Model | k | RSS | AIC | AICc | ΔAICc |
|---|---|---|---|---|---|
| **Batas a ≤ 1,0** | | | | | |
| M1 Satu kurva master | 2 | 0,661 | −450,15 | −450,01 | 19,3 |
| M2 Dua keluarga (kaca/poliester, UHMWPE) | 4 | 0,511 | −469,80 | −469,34 | **0,0** |
| M3 Tiga keluarga (kaca/poliester, HB210, HB26) | 6 | 0,511 | −465,84 | −464,85 | 4,5 |
| M4 Per kumpulan data | 24 | 0,346 | −465,71 | −447,80 | 21,5 |
| **Batas a ≤ 1,5** | | | | | |
| M1 Satu kurva master | 2 | 0,695 | −445,54 | −445,41 | 22,4 |
| M2 Dua keluarga | 4 | 0,609 | −453,67 | −453,21 | 14,6 |
| M3 Tiga keluarga | 6 | 0,494 | −468,82 | −467,83 | **0,0** |
| M4 Per kumpulan data | 24 | 0,334 | −469,00 | −451,09 | 16,7 |

*Keterangan: k = jumlah parameter, RSS = jumlah kuadrat residu. ΔAICc dihitung terhadap model terbaik pada batas yang sama.*

Daya prediksi memberi gambaran yang searah (Gambar 3b dan Tabel 4). Kurva master gabungan rata-rata meleset 38,2 m/s saat memprediksi kumpulan data yang dikeluarkan, sedangkan kurva keluarga menurunkannya menjadi 31,2 m/s. Perbaikan paling besar terjadi pada laminat 12 mm (46,0 menjadi 23,4 m/s), HB210 (33,9 menjadi 16,3 m/s), dan HB26 r = 20 in cembung (53,5 menjadi 26,8 m/s). Beberapa kumpulan data HB26 cekung justru memburuk, dan masalah ini dibahas pada bagian Pembahasan.

**Tabel 4.** Simpangan tiap kumpulan data terhadap kurva master dan galat validasi LOMO (a ≤ 1,0)

| Kumpulan data | Rentang $V_i/V_{bl}$ | RMSE ternormalisasi | Bias | LOMO kurva master (m/s) | LOMO kurva keluarga (m/s) |
|---|---|---|---|---|---|
| Laminat 3 mm | 1,06 sampai 2,52 | 0,132 | +0,035 | 29,0 | 30,2 |
| Laminat 6 mm | 1,05 sampai 2,40 | 0,058 | −0,038 | 19,5 | 13,1 |
| Laminat 12 mm | 1,02 sampai 1,44 | 0,072 | −0,069 | 46,0 | 23,4 |
| Sandwich | 1,05 sampai 2,32 | 0,079 | −0,056 | 31,5 | 28,1 |
| Pelat berjarak | 1,00 sampai 2,27 | 0,038 | +0,003 | 12,8 | 17,9 |
| UHMWPE HB210 | 1,08 sampai 1,33 | 0,057 | +0,047 | 33,9 | 16,3 |
| HB26 r = 20 in cembung | 1,09 sampai 1,37 | 0,087 | +0,082 | 53,5 | 26,8 |
| HB26 r = 20 in cekung | 1,01 sampai 1,49 | 0,089 | −0,015 | 46,3 | 55,5 |
| HB26 r = 10 in cembung | 1,07 sampai 1,31 | 0,100 | +0,082 | 60,1 | 40,5 |
| HB26 r = 10 in cekung | 1,04 sampai 1,43 | 0,127 | +0,013 | 67,4 | 66,5 |
| HB26 r = 5 in cembung | 1,04 sampai 1,31 | 0,064 | +0,063 | 40,2 | 18,6 |
| HB26 r = 5 in cekung | 1,05 sampai 1,43 | 0,034 | −0,003 | 18,3 | 37,0 |
| Rata-rata | | | | 38,2 | 31,2 |

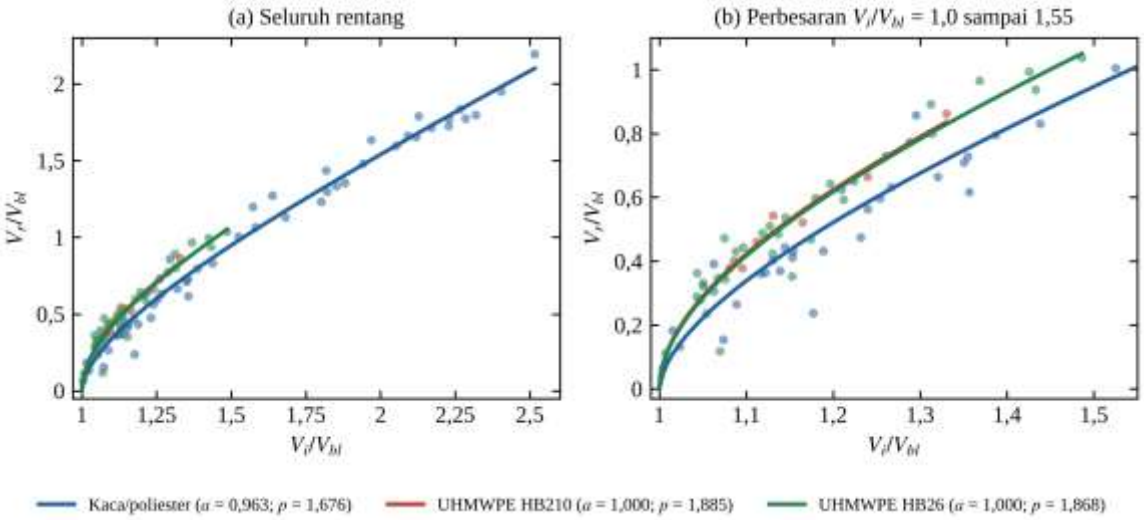
*Keterangan: Bias positif berarti $V_r$ teramati lebih tinggi daripada prediksi kurva master. Kurva keluarga mengikuti model M2.*

Gambar 4 menampilkan kurva master per keluarga bahan. Kurva HB210 (a = 1,000, p = 1,885) dan HB26 (a = 1,000, p = 1,868) nyaris berimpit, padahal HB210 ditembak bola baja 7 mm dan HB26 ditembak

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

FSP 5,56 mm. Kurva kaca/poliester (a = 0,963, p = 1,676) berada di bawah keduanya pada seluruh rentang. Tabel 5 menguatkan pengamatan ini. Kurva HB26 memprediksi data HB210 dengan RMSE 0,030, praktis sama dengan galat kurva HB210 sendiri (0,029), dan kurva HB210 memprediksi data HB26 dengan RMSE 0,073, persis galat kurva HB26 sendiri. Lintas keluarga, galatnya naik menjadi 0,098 sampai 0,147.




**Gambar 4.** Kurva ternormalisasi per keluarga bahan (a ≤ 1). (a) Seluruh rentang data. (b) Perbesaran pada $V_i/V_{bl}$ 1,0 sampai 1,55

**Tabel 5.** RMSE ternormalisasi saat kurva suatu keluarga dipakai memprediksi data keluarga lain

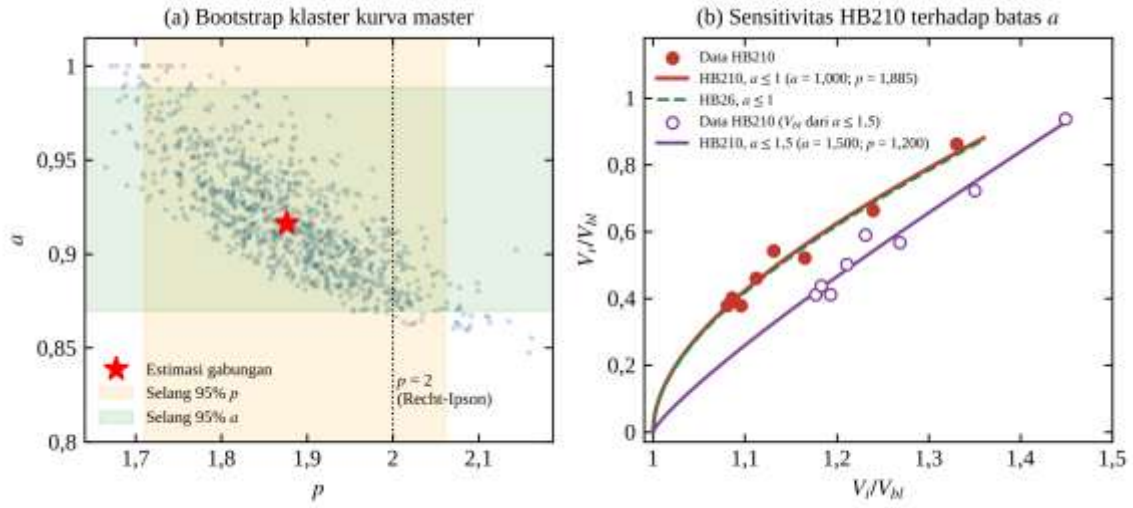
| Data uji | Kurva yang dipakai | RMSE (a ≤ 1,0) | RMSE (a ≤ 1,5) |
|---|---|---|---|
| Kaca/poliester | Kaca/poliester | 0,080 | 0,078 |
| Kaca/poliester | UHMWPE HB210 | 0,147 | 0,252 |
| Kaca/poliester | UHMWPE HB26 | 0,142 | 0,151 |
| UHMWPE HB210 | UHMWPE HB210 | 0,029 | 0,031 |
| UHMWPE HB210 | Kaca/poliester | 0,098 | 0,053 |
| UHMWPE HB210 | UHMWPE HB26 | 0,030 | 0,142 |
| UHMWPE HB26 | UHMWPE HB26 | 0,073 | 0,073 |
| UHMWPE HB26 | Kaca/poliester | 0,114 | 0,122 |
| UHMWPE HB26 | UHMWPE HB210 | 0,073 | 0,156 |

*Keterangan: Baris yang kurvanya sama dengan datanya menunjukkan galat fitting sendiri.*

Uji sensitivitas memperlihatkan sisi rapuh temuan ini. Bila a dibolehkan mencapai 1,5, fitting HB210 langsung menempel pada batas atas dengan p = 1,200 dan $V_{bl}$ turun menjadi 497,6 m/s (Gambar 5b). Kecocokan HB210 dengan HB26 pun lenyap (RMSE 0,142 sampai 0,156), dan model M3 menggantikan M2 sebagai model terbaik (Tabel 3). Sebaliknya, kesimpulan bahwa satu kurva master tidak memadai tetap bertahan pada kedua batas, dengan ΔAICc 19,3 dan 22,4. Bootstrap klaster kurva master (Gambar 5a) juga memperlihatkan korelasi negatif yang kuat antara a dan p, dan selang 95% untuk p mencakup nilai 2.

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan




**Gambar 5.** (a) Sebaran 1000 estimasi bootstrap klaster parameter kurva master beserta selang 95%. (b) Perubahan kurva HB210 ketika batas atas a dilonggarkan dari 1 menjadi 1,5

## 2. Pembahasan

Temuan pertama yang layak digarisbawahi adalah bahwa seluruh nilai p berada di bawah 2. Pada model Recht-Ipson, p = 2 lahir dari anggapan bahwa energi proyektil hanya habis untuk melepas sumbat dan melawan kerja resistif yang tetap (Recht and Ipson, 1963). Nilai p yang lebih kecil mengisyaratkan adanya mekanisme penyerapan energi lain yang ikut bekerja. Pada laminat kaca/poliester, p turun seiring bertambahnya tebal. Kami menduga hal ini berkaitan dengan peran delaminasi dan kerusakan matriks yang makin besar pada laminat tebal, walaupun dugaan ini masih perlu diuji dengan data kerusakan. Pada UHMWPE, nilai a yang menempel di 1 sejalan dengan anggapan Hinaus *et al.* (2025) bahwa massa sumbat dapat diabaikan. Ini masuk akal karena pelat UHMWPE tipis cenderung gagal lewat tarikan serat disertai lendutan besar, bukan lewat geser sumbat, seperti dilaporkan secara eksperimental oleh Nguyen *et al.* (2015) dan secara numerik oleh Bian *et al.* (2024).

Temuan kedua adalah jawaban atas pertanyaan penelitian. Normalisasi dengan $V_{bl}$ memang menghilangkan sebagian besar perbedaan antarbahan, tetapi tidak seluruhnya. Sisa perbedaannya ternyata tidak acak. Ia terkumpul menurut keluarga bahan, dan karena itulah model M2 dengan empat parameter mampu menyaingi M4 yang memakai 24 parameter. Dengan kata lain, informasi yang hilang ketika hanya memakai $V_{bl}$ sebagian besar adalah informasi tentang jenis bahan. Hasil ini memperluas temuan García-Castillo, Sánchez-Sáez and Barbero (2012) dan Guo (2023), yang menormalisasi data balistik tetapi tidak menguji apakah kurva kecepatan residual ikut menyatu lintas bahan.

Kemiripan HB210 dan HB26 cukup mengejutkan karena keduanya diuji dengan proyektil yang berbeda bentuk. Pengamatan Ćwik *et al.* (2016) memberi sedikit pembanding. Mereka melaporkan bahwa Dyneema HB26 dan Spectra 3124 berdeformasi sangat berbeda saat ditembak FSP, tetapi kinerja balistiknya serupa. Sifat bahan UHMWPE tampaknya lebih menentukan bentuk kurva ternormalisasi daripada detail proyektilnya. Meski begitu, kami membaca temuan ini dengan hati-hati. Delapan titik HB210 hanya mencakup $V_i/V_{bl}$ 1,08 sampai 1,33, terlalu sempit untuk menentukan a dan p sekaligus. Hinaus *et al.* (2025) juga mengakui $V_{bl}$ mereka hanya taksiran karena zona campuran tidak tercapai. Uji sensitivitas memperlihatkan konsekuensinya, karena begitu kendala $a \leq 1$ dilepas, kemiripan itu lenyap. Jadi kemiripan HB210 dan HB26 lebih tepat dipandang sebagai petunjuk yang selaras dengan kendala fisis, belum sebagai bukti.

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

Rentang kecepatan juga perlu diperhatikan. Laminat 3 mm, 6 mm, sandwich, dan pelat berjarak menjangkau $V_i/V_{bl}$ 2,3 sampai 2,5, sedangkan UHMWPE berhenti sekitar 1,3 sampai 1,5. Sebagian perbedaan lintas keluarga bisa saja berasal dari rentang yang tidak setara ini. Namun rentang bukan satu-satunya penjelasan. Laminat 12 mm yang rentangnya hanya 1,02 sampai 1,44, mirip UHMWPE, tetap berada di bawah kurva master dengan bias −0,069, berlawanan arah dengan bias positif HB210. Pada rentang yang sama pun kedua keluarga tetap terpisah, yang mengarah pada perbedaan mekanisme perforasi antara laminat kaca yang relatif getas dan UHMWPE yang menyerap energi lewat tarikan serat (Abtew *et al.*, 2019).

Pola pada kumpulan data HB26 memberi catatan tersendiri. Ketiga kumpulan data cembung konsisten berbias positif (+0,063 sampai +0,082), sedangkan yang cekung berkisar di nol, dan pada validasi LOMO dua dari tiga kumpulan data cekung justru memburuk dengan kurva keluarga. Pada tesis Ansari (2020), data cekung berasal dari tembakan kedua atau ketiga pada pelat yang sama, sehingga kerusakan sebelumnya ikut memengaruhi $V_{bl}$ dan $V_r$. Dugaan bahwa perbedaan bias ini berasal dari urutan tembakan, bukan dari arah lengkungan, belum dapat kami uji dengan data yang ada.

Bagi pengujian material pertahanan, implikasi praktisnya cukup jelas. Untuk bahan baru dari keluarga yang sudah dikenal, misalnya varian UHMWPE lain, kurva ternormalisasi keluarga tersebut dapat dipakai untuk memprakirakan $V_r$ dari $V_{bl}$, sehingga sebagian tembakan di atas batas balistik bisa dihemat. Untuk bahan dari keluarga yang berbeda, $V_{bl}$ saja tidak cukup dan kurva baru tetap harus dibangun dari uji tembak. Penelitian ini juga memiliki sejumlah keterbatasan yaitu Data hanya berasal dari tiga sumber, dan lima dari 12 kumpulan data berasal dari satu publikasi dengan bahan, proyektil, dan laboratorium yang sama sehingga tidak saling bebas. $V_{bl}$ keenam kumpulan data HB26 berasal dari fitting penulis tesis, bukan pengukuran independen, dan pelatnya melengkung, berbeda dengan sumber lain yang memakai pelat datar. Ketidakpastian $V_{bl}$ dan galat digitasi belum dirambatkan ke bootstrap maupun AIC, dan AIC mengandaikan galat yang saling bebas sehingga selisihnya mungkin terlalu optimistis. Kerapatan area tidak dimasukkan sebagai variabel karena tidak dilaporkan oleh semua sumber, dan cakupan bahan baru dua keluarga tanpa karbon/epoksi, aramid, atau serat alam.

## IV. KESIMPULAN

Satu kurva master pada koordinat $V_i/V_{bl}$ dan $V_r/V_{bl}$ tidak cukup untuk menggambarkan ke-12 kumpulan data balistik yang dianalisis. Kurva tersebut ditolak oleh AICc ($\Delta$AICc 19,3 pada $a \leq 1$ dan 22,4 pada $a \leq 1{,}5$) dan rata-rata meleset 38,2 m/s saat memprediksi kumpulan data yang tidak ikut difitting. Sisa perbedaan setelah normalisasi terkumpul menurut keluarga bahan, sehingga model dua kurva yang memisahkan kaca/poliester ($a$ = 0,963, $p$ = 1,676) dari UHMWPE ($a$ = 1,000, $p$ = 1,872) menjadi model terbaik dan menurunkan galat validasi menjadi 31,2 m/s. Seluruh nilai p berada di bawah 2, yang menandakan adanya mekanisme penyerapan energi di luar pelepasan sumbat. Kesamaan kurva HB210 dan HB26 hanya bertahan di bawah kendala fisis $a \leq 1$, sehingga masih bersifat petunjuk awal. Dengan demikian, $V_{bl}$ dapat dipakai untuk memprakirakan kecepatan residual di dalam satu keluarga bahan, tetapi tidak lintas keluarga. Penelitian lanjutan disarankan menambah data tembakan pertama pada pelat datar, memasukkan keluarga bahan lain dengan rentang $V_i/V_{bl}$ yang sebanding, merambatkan ketidakpastian $V_{bl}$ ke dalam inferensi, serta memakai model hierarkis untuk menguji pengaruh kerapatan area dan jenis serat.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis berterima kasih kepada para peneliti sumber data yang mempublikasikan hasil eksperimennya secara terbuka sehingga analisis data sekunder ini dapat dilakukan.

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

## DAFTAR PUSTAKA

Abtew, M. A., Boussu, F., Bruniaux, P., Loghin, C. and Cristian, I. (2019) 'Ballistic impact mechanisms – A review on textiles and fibre-reinforced composites impact responses', *Composite Structures*, 223, p. 110966. doi: https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.110966.

Ansari, B. T. (2020) *Investigating geometrical and manufacturing effects on the impact performance of UHMWPE composites*. PhD thesis. University of Bristol. Available at: https://core.ac.uk/download/376906266.pdf.

Arlot, S. and Celisse, A. (2010) 'A survey of cross-validation procedures for model selection', *Statistics Surveys*, 4, pp. 40–79. doi: https://doi.org/10.1214/09-SS054.

Bian, J., Dai, K., Lv, X., Huang, Z., Wu, G. and Zhang, Y. (2024) 'Effect of material and structure of ultra-high-molecular-weight polyethylene body armor on ballistic limit velocity: Numerical simulation', *Polymers*, 16(21), p. 2985. doi: https://doi.org/10.3390/polym16212985.

Buitrago, B. L., García-Castillo, S. K. and Barbero, E. (2010) 'Experimental analysis of perforation of glass/polyester structures subjected to high-velocity impact', *Materials Letters*, 64(9), pp. 1052–1054. doi: https://doi.org/10.1016/j.matlet.2010.02.007.

Burnham, K. P. and Anderson, D. R. (2002) *Model selection and multimodel inference: A practical information-theoretic approach*. 2nd edn. New York: Springer. doi: https://doi.org/10.1007/b97636.

Ćwik, T. K., Iannucci, L., Curtis, P. and Pope, D. (2016) 'Investigation of the ballistic performance of ultra high molecular weight polyethylene composite panels', *Composite Structures*, 149, pp. 197–212. doi: https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.11.009.

Field, C. A. and Welsh, A. H. (2007) 'Bootstrapping clustered data', *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 69(3), pp. 369–390. doi: https://doi.org/10.1111/j.1467-9868.2007.00593.x.

García-Castillo, S. K., Buitrago, B. L. and Barbero, E. (2011) 'Behavior of sandwich structures and spaced plates subjected to high-velocity impacts', *Polymer Composites*, 32(2), pp. 290–296. doi: https://doi.org/10.1002/pc.21047.

García-Castillo, S. K., Sánchez-Sáez, S. and Barbero, E. (2012) 'Nondimensional analysis of ballistic impact on thin woven laminate plates', *International Journal of Impact Engineering*, 39(1), pp. 8–15. doi: https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2011.08.009.

Guo, Z. (2023) *Dimensionless parameters for ballistic performance evaluation of ceramic-faced bicomponent targets against sharp-nosed projectiles*. Report INL/JOU-22-67552. Idaho Falls: Idaho National Laboratory. Available at: https://www.osti.gov/servlets/purl/1957553.

Hinaus, M., Berstad, T., Morin, D., Thomesen, S. and Børvik, T. (2025) 'Parametric study of high-velocity ballistic impacts on composite materials', in *2025 Ansys EMEA Transportation Summit and LS-DYNA Conference*. Munich. Available at: https://lsdyna.ansys.com/wp-content/uploads/2025/11/BlastImpact_Hinaus_NTNU.pdf.

Kasano, H. (1999) 'Recent advances in high-velocity impact perforation of fiber composite laminates', *JSME International Journal Series A*, 42(2), pp. 147–157. doi: https://doi.org/10.1299/jsmea.42.147.

Lambert, J. P. and Jonas, G. H. (1976) *Towards standardization in terminal ballistics testing: Velocity representation*. Report BRL-R-1852. Aberdeen Proving Ground, MD: Ballistic Research Laboratories.

Nguyen, L. H., Ryan, S., Cimpoeru, S. J., Mouritz, A. P. and Orifici, A. C. (2015) 'The effect of target thickness on the ballistic performance of ultra high molecular weight polyethylene composite', *International Journal of Impact Engineering*, 75, pp. 174–183. doi: https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2014.07.008.

Recht, R. F. and Ipson, T. W. (1963) 'Ballistic perforation dynamics', *Journal of Applied Mechanics*, 30(3), pp. 384–390. doi: https://doi.org/10.1115/1.3636566.

Shen, Y., Wang, Y., Yan, Z., Cheng, X., Fan, Q., Wang, F. and Miao, C. (2021) 'Experimental and numerical investigation of the effect of projectile nose shape on the deformation and energy dissipation mechanisms of the ultra-high molecular weight polyethylene (UHMWPE) composite', *Materials*, 14(15), p. 4208. doi: https://doi.org/10.3390/ma14154208.

U.S. Department of Defense (1997) *MIL-STD-662F: V50 ballistic test for armor*. Washington, DC: Department of Defense.

Virtanen, P. *et al.* (2020) 'SciPy 1.0: Fundamental algorithms for scientific computing in Python', *Nature Methods*, 17(3), pp. 261–272. doi: https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2.