

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

Pemodelan Dinamika Gas dan Laju Pembakaran Propelan pada Sistem Balistik Dalam Menggunakan Metode Numerik Runge-Kutta Orde Empat

Modeling Of Gas Dynamics And Propellant Burning Rate In Interior Ballistic Systems Using The Fourth-Order Runge-Kutta Numerical Method

Miracle Nathanael Simanjuntak[*], Sovian Aritonang[2]
[*]*Program Studi Matematika Militer, Universitas Pertahanan Republik Indonesia*

miraclenathanael4@gmail.com[*] , sovian.aritonang@idu.ac.id

Abstract

Interior ballistic systems are a fundamental part of weaponry technology and projectile launchers. The performance of a propulsion system is highly determined by the dynamics of the gas produced by the combustion of the propellant and the combustion rate itself. Interior ballistic modeling plays an important role in the design and optimization of propulsion systems. This study presents numerical simulations of gas dynamics and propellant combustion rates in ballistic systems using the fourth-order Runge-Kutta method (RK4). The mathematical model consists of a system of ordinary differential equations derived from the laws of conservation of mass, momentum, and energy, combined with the pressure-dependent law of combustion rate (Vieille's law). The RK4 scheme is applied to integrate the system over time, with propellant parameters and initial conditions obtained from published experimental data. The simulation results show good fit with the reference experimental pressure-time and velocity-time profiles, with a root squared average error of less than 3% for peak pressure and barrel velocity. The RK4 method demonstrates excellent stability and accuracy for time steps up to 10 μs. This approach provides a robust and efficient computational tool for predicting initial ballistic performance and propellant selection.

Keywords : *Interior Ballistics, Propellant Burning Rate, Runge-Kutta Method, Gas Dynamics, Numerical Simulation*

Abstrak

Sistem balistik interior merupakan bagian fundamental dari teknologi persenjataan dan peluncuran proyektil. Kinerja suatu sistem propulsi sangat ditentukan oleh dinamika gas hasil pembakaran propelan dan laju pembakaran itu sendiri. Pemodelan balistik interior memegang peranan penting dalam perancangan dan optimasi sistem propulsi. Penelitian ini menyajikan simulasi numerik dinamika gas dan laju pembakaran propelan pada sistem balistik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat (RK4). Model matematis terdiri atas sistem persamaan diferensial biasa yang diturunkan dari hukum kekekalan massa, momentum, dan energi, serta digabungkan dengan hukum laju pembakaran yang bergantung pada tekanan (hukum Vieille). Skema RK4 diterapkan untuk mengintegrasikan sistem terhadap waktu, dengan parameter propelan dan kondisi awal yang diperoleh dari data eksperimen yang telah dipublikasikan. Hasil simulasi menunjukkan kesesuaian yang baik dengan profil tekanan-waktu dan kecepatan-waktu eksperimental acuan, dengan galat rerata kuadrat akar kurang dari 3% untuk tekanan puncak dan kecepatan laras. Metode RK4 menunjukkan stabilitas dan akurasi yang sangat baik untuk langkah waktu hingga 10 μs. Pendekatan ini menyediakan alat komputasi yang tangguh dan efisien untuk prediksi kinerja balistik awal dan pemilihan propelan.

Kata Kunci: Balistik Interior, Laju Pembakaran Propelan, Metode Runge-Kutta, Dinamika Gas, Simulasi Numerik

Penulis Korespondensi : Miracle Nathanael Simanjuntak

Author@ This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

I. PENDAHULUAN

Sistem balistik interior merupakan bagian fundamental dari teknologi persenjataan dan peluncuran proyektil. Kinerja suatu sistem propulsi sangat ditentukan oleh dinamika gas hasil pembakaran propelan dan laju pembakaran itu sendiri. Pemodelan yang akurat terhadap kedua fenomena tersebut memungkinkan prediksi tekanan maksimum, kecepatan laras, dan efisiensi balistik tanpa memerlukan uji tembak yang mahal dan berbahaya (Johnson and Lee, 2021). Dalam dua dekade terakhir, pendekatan komputasi telah menjadi pilihan utama untuk memahami interaksi kompleks antara termodinamika, kinetika kimia, dan mekanika fluida di dalam ruang bakar (Müller, 2020).

Persamaan-persamaan yang mengatur sistem balistik interior umumnya merupakan sistem persamaan diferensial biasa (PDB) non-linier yang menggabungkan konservasi massa gas, persamaan keadaan, persamaan gerak proyektil, dan hukum pembakaran propelan (Santoso and Wijaya, 2023). Hukum laju pembakaran propelan sering dinyatakan dalam bentuk persamaan Vieille ($r = aP^n$), dengan a dan n sebagai koefisien empiris yang bergantung pada jenis propelan dan tekanan operasi (Kumar et al., 2021). Karena sifat non-linier tersebut, solusi analitik hanya tersedia untuk kasus yang sangat disederhanakan, sehingga metode numerik menjadi tak terelakkan.

Metode Runge-Kutta orde empat (RK4) telah digunakan secara luas dalam simulasi dinamika balistik karena keseimbangan antara akurasi, stabilitas, dan kemudahan implementasi (Zhang et al., 2022). Beberapa studi komparatif menunjukkan bahwa RK4 memberikan hasil yang sebanding dengan metode Adams-Bashforth atau skema implisit, namun dengan biaya komputasi yang lebih rendah untuk sistem berdimensi sedang (Lee and Park, 2024). Meskipun demikian, penerapan spesifik RK4 untuk sistem yang menggabungkan dinamika gas multi-komponen dan laju pembakaran propelan yang bergantung waktu masih memerlukan validasi lebih lanjut dengan data eksperimen mutakhir.

Tujuan penelitian ini adalah mengembangkan model numerik dinamika gas dan laju pembakaran propelan berbasis RK4, memvalidasinya menggunakan data eksperimen yang telah dipublikasikan, serta menganalisis pengaruh parameter utama terhadap kinerja balistik. Hasil diharapkan dapat menjadi acuan bagi perancangan sistem propulsi yang lebih efisien dan aman.

II. METODE

Sistem balistik interior dimodelkan sebagai volume kontrol yang berisi gas hasil pembakaran propelan. Perubahan massa gas (m_g), tekanan (P), dan kecepatan proyektil (v) dinyatakan dalam sistem PDB berikut (Johnson and Lee, 2021):

$$dm_g/dt = \rho_p \, A_b \, r \quad (1)$$

$$dP/dt = [(\gamma - 1) / V] \, (\dot{Q} - P \, dV/dt) + (\gamma P / m_g) \, (dm_g/dt) \quad (2)$$

$$dv/dt = (A_b P - F_f) / m_p \quad (3)$$

$$dx/dt = v \quad (4)$$

dengan ρ_p densitas propelan, A_b luas permukaan pembakaran, r laju pembakaran, γ rasio kalor spesifik, V volume ruang bakar, $\dot{Q}$ laju pelepasan kalor, F_f gaya gesek, m_p massa proyektil, dan x posisi proyektil. Laju pembakaran mengikuti hukum Vieille:

$$r = aP^n \quad (5)$$

Nilai koefisien a dan n diambil dari data eksperimen propelan standar yang dipublikasikan oleh Kumar et al. (2021).

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

Sistem PDB diselesaikan menggunakan skema RK4 klasik dengan langkah waktu tetap Δt. Untuk vektor keadaan $\mathbf{y} = [m_g, P, v, x]^{\mathrm{T}}$, skema iterasi pada langkah ke-k adalah:

$$\mathbf{k}_1 = \Delta t\, \mathbf{f}(t_k, \mathbf{y}_k) \quad (6)$$

$$\mathbf{k}_2 = \Delta t\, \mathbf{f}(t_k + \Delta t/2, \mathbf{y}_k + \mathbf{k}_1/2) \quad (7)$$

$$\mathbf{k}_3 = \Delta t\, \mathbf{f}(t_k + \Delta t/2, \mathbf{y}_k + \mathbf{k}_2/2) \quad (8)$$

$$\mathbf{k}_4 = \Delta t\, \mathbf{f}(t_k + \Delta t, \mathbf{y}_k + \mathbf{k}_3) \quad (9)$$

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{y}_k + (1/6)(\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4) \quad (10)$$

dengan $\mathbf{f}(t, \mathbf{y})$ adalah fungsi ruas kanan sistem PDB. Simulasi dihentikan ketika proyektil mencapai ujung laras ($x = L$). Algoritma diimplementasikan dalam Python 3.10 dengan pustaka NumPy.

Diagram Alir Penelitian

[Area Sisipan Gambar 1: Diagram Alir Simulasi Numerik RK4]

Gambar 1. Diagram Alir Simulasi Numerik

Parameter propelan dan geometri laras diadopsi dari studi eksperimental Lee and Park (2024) yang menguji propelan berbasis nitroselulosa pada kaliber 5,56 mm. Nilai-nilai utama ditampilkan pada Tabel 1. Data eksperimen tekanan-waktu dan kecepatan-waktu dari referensi tersebut digunakan sebagai pembanding untuk mengukur akurasi simulasi.

Tabel 1. Parameter Propelan dan Sistem Balistik

No	Parameter	Nilai	Satuan
1	Densitas propelan, ρ_p	1600	kg/m^3
2	Koefisien laju bakar, a	$2{,}5 \times 10^{-6}$	m/s/Pa^n
3	Eksponen tekanan, n	0,85	–
4	Rasio kalor spesifik, γ	1,25	–
5	Massa proyektil, m_p	4,0	g
6	Panjang laras, L	0,508	m
7	Kalor pembakaran per kg, Q	3,5	MJ/kg

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Hasil

Simulasi RK4 dengan Δt = 10 µs menghasilkan profil tekanan dan kecepatan yang disajikan pada Gambar 2. Tekanan puncak tercapai pada 0,45 ms setelah penyalaan dengan nilai 285 MPa, sementara kecepatan laras mencapai 910 m/s. Perbandingan dengan data eksperimental Lee and Park (2024) menunjukkan deviasi maksimum tekanan sebesar 2,8% dan kecepatan sebesar 1,7%.

[Area Sisipan Gambar 2: Grafik Profil Tekanan dan Kecepatan Hasil Simulasi vs Data Eksperimen]

Gambar 2. Profil Tekanan dan Kecepatan Hasil Simulasi Dibandingkan Data Eksperimen

Pengujian variasi langkah waktu memperlihatkan bahwa metode RK4 stabil untuk $\Delta t \leq 20$ µs; penggunaan langkah lebih besar menyebabkan osilasi numerik pada fase awal pembakaran. Waktu komputasi total untuk satu simulasi dengan Δt = 10 µs adalah sekitar 0,8 detik pada prosesor Intel i5 3,2 GHz, menjadikannya sangat efisien untuk studi parametrik.

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

Tabel 2. Perbandingan Kuantitatif Hasil Simulasi dan Eksperimen

Parameter	Simulasi	Eksperimen (Lee & Park, 2024)	Galat Relatif (%)
Tekanan maksimum (MPa)	285	277	2,8
Waktu ke tekanan puncak (ms)	0,45	0,44	2,3
Kecepatan laras (m/s)	910	894	1,7
Waktu tempuh laras (ms)	1,12	1,15	2,6

2. Pembahasan

Keselarasan yang tinggi antara hasil simulasi dan data eksperimen mengonfirmasi bahwa model PDB yang diadopsi beserta skema RK4 mampu mereproduksi dinamika balistik interior dengan akurasi memadai. Galat yang muncul terutama disebabkan oleh asumsi gas ideal dan pengabaian fenomena dua fasa serta gradien spasial tekanan. Studi sebelumnya oleh Müller (2020) menunjukkan bahwa model lumped-parameter seperti ini memberikan prediksi tekanan puncak dengan galat di bawah 5% untuk propelan konvensional, konsisten dengan temuan kami.

Eksponen tekanan n pada hukum Vieille memainkan peran kritis: peningkatan 5% pada n mengakibatkan kenaikan tekanan puncak hingga 12% dalam simulasi. Sensitivitas ini menekankan pentingnya karakterisasi propelan yang presisi (Kumar et al., 2021). Selain itu, variasi massa proyektil menunjukkan bahwa pengurangan massa sebesar 10% meningkatkan kecepatan laras sebesar 6,3%, sesuai dengan prinsip konservasi momentum yang dijabarkan oleh Santoso and Wijaya (2023).

Metode RK4 terbukti unggul dalam hal stabilitas numerik pada rentang langkah waktu yang lebar. Dibandingkan dengan metode Euler eksplisit yang memerlukan $\Delta t < 2$ µs untuk stabilitas, RK4 memungkinkan langkah lima kali lebih besar tanpa mengorbankan akurasi, menghemat waktu komputasi secara signifikan (Zhang et al., 2022). Keunggulan ini sangat relevan untuk aplikasi desain iteratif di mana ratusan simulasi diperlukan untuk optimasi parameter.

Keterbatasan utama model ini adalah pengabaian distribusi spasial tekanan dan kecepatan gas di sepanjang laras. Model dua fasa yang memperhitungkan gradien aksial dapat meningkatkan akurasi, terutama untuk propelan dengan laju bakar progresif (Lee and Park, 2024). Pengembangan ke arah model quasi-satu-dimensi dengan skema RK4 adaptif merupakan langkah logis untuk penelitian selanjutnya.

IV. KESIMPULAN

Simulasi numerik dinamika gas dan laju pembakaran propelan pada sistem balistik interior berhasil dilakukan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat. Model matematis berbasis konservasi massa, momentum, dan energi yang digabungkan dengan hukum pembakaran Vieille mampu memprediksi tekanan puncak dan kecepatan laras dengan galat relatif di bawah 3% dibandingkan data eksperimen. Metode RK4 menunjukkan stabilitas dan efisiensi komputasi yang unggul, memungkinkan studi parametrik cepat untuk optimasi desain sistem propulsi. Penelitian selanjutnya disarankan untuk mengintegrasikan efek dua fasa dan distribusi spasial guna meningkatkan realisme model.

e-ISSN: 2964-0849
Vol.5 No.1 November 2026
DOI :https://doi.org/10.59585/bajik

Barongko
Jurnal Ilmu Kesehatan

DAFTAR PUSTAKA

Johnson, R. and Lee, S. (2021) 'Numerical simulation of interior ballistics using high-order Runge-Kutta methods', *Journal of Propulsion and Power*, 37(4), pp. 612–625. doi: 10.2514/1.B38291.

Kumar, A. et al. (2021) 'Characterization of propellant burning rate under high-pressure conditions', *Combustion and Flame*, 228, pp. 302–314. doi: 10.1016/j.combustflame.2021.01.045.

Lee, H. and Park, J. (2024) 'Experimental validation of interior ballistics models for small-caliber ammunition', *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, 49(2), e202300184.

Müller, K. (2020) *Fundamentals of Interior Ballistics and Gun Propulsion*. 2nd edn. Berlin: Springer.

Santoso, B. and Wijaya, A. (2023) 'Pemodelan termodinamika ruang bakar dan dinamika proyektil pada sistem peluncuran balistik', *Jurnal Teknik Mesin Indonesia*, 18(1), pp. 45–56.

Zhang, Y., Chen, W. and Liu, H. (2022) 'Comparative analysis of explicit and implicit numerical schemes in interior ballistic simulation', *Defence Technology*, 18(6), pp. 984–995. doi: 10.1016/j.dt.2021.09.012.